الثانية بكالوريا علوم رياضية	الدوال الأسية – الدوال اللوغاريتمية الدوال المتضمنة لتكامل	الأستاذ : الجيان

التمرين 1 :

الجزء الأول:

1) أحسب $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x}$ و استنتج أن : $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{\ln(1+x)}=0$

2) لكل عدد حقيقي x نضع : $I(x)=\int_0^x\frac{(x-t)^2}{2}e^t dt$

أ) بدون حساب $I(x)$ بين أن :

$\left[\forall x\geq 0, 0\leq I(x)\leq e^x\frac{x^3}{6}\right]$ و $\left[\forall x\leq 0; |I(x)|\leq\frac{|x|^3}{6}\right]$

ب) باستعمال مكاملتين بالأجزاء بين أن : $I(x)=e^x-1-x-\frac{x^2}{2}$

ج) باستعمال ما سبق بين أن : $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x^2}=\frac{1}{2}$, و استنتج أن:

$\lim_{x\to 0}\frac{e^x-1-x}{x\ln(1+x)}=\frac{1}{2}$.

3) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR^+ بما يلي :

$f(x)=e^x\ln(1+x)-x$. أدرس تغيرات الدالة f و استنتج أن

$f(x)\geq 0$ لكل x من IR^+ (نقبل أن $\forall x\in IR: e^x\geq 1+x$)

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة F المعرفة على IR^+ بما يلي :

$$\begin{cases}F(0)=0\\ F(x)=\int_{1+x}^{e^x}\frac{1}{\ln(t)}dt \quad ; \quad x>0\end{cases}$$

1) بين أن : $\forall x>0, \frac{e^x-1-x}{x}\leq F(x)\leq\frac{e^x-1-x}{\ln(1+x)}$

2) بين أن F متصلة وقابلة للإشتقاق في النقطة 0 على اليمين .

3) بين أن F قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ و أن:

$\forall x>0, F'(x)=\frac{f(x)}{x\ln(1+x)}$.

4) أحسب $\lim_{x\to+\infty}F(x)$ وضع جدول تغيرات F .

5) أدرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة F بجوار $+\infty$.

التمرين 2 :

لتكن F الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي :

$F(x)=\int_{-1}^{1}e^{xt}\sqrt{1+t^2}dt$. وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة F

في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن الدالة F زوجية .

2) أ) بين أن : $\forall x\in IR^+; F(0)e^{-x}\leq F(x)\leq F(0)e^x$.

ب) استنتج أن الدالة F متصلة على اليمين في النقطة 0 .

3) أ) بين أن : $\forall x\in IR^{+*}; F(x)\geq\frac{e^x-e^{-x}}{x}$.

ب) استنتج طبيعة الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

4) أ) باستعمال المتغير $u=t+\sqrt{1+t^2}$ حدد قيمة التكامل :

$$\int_{-1}^{1}\frac{dt}{\sqrt{1+t^2}}$$

ب) استنتج قيمة $F(0)$.

5) أ) ليكن x_0 عنصرا من IR و t عنصرا من $[-1,1]$.

نضع : $g(x)=\frac{e^{xt}-e^{x_0t}}{x-x_0}$ من أجل كل عدد حقيقي x حيث :

$x\neq x_0$. بين أن : $\forall\varepsilon\in IR^{+*};\exists\eta\in IR^{+*}:\forall x\in IR,$

$0<|x-x_0|<\eta\Rightarrow\left|g(x)-te^{x_0t}\right|<\frac{\varepsilon}{F(0)}$

ب) استنتج أن الدالة F قابلة للإشتقاق في x_0 و أن :

$$F'(x_0)=\int_{-1}^{1}te^{x_0t}\sqrt{1+t^2}dt$$

ج) حدد العدد المشتق للدالة F في 0 .

6) أ) بين أن : $\forall x\in IR; F'(x)=\int_0^1 t\left(e^{xt}-e^{-xt}\right)\sqrt{1+t^2}dt$.

ب) استنتج أن الدالة F تزايدية على IR^+ .

7) أنشئ المنحنى (C) .

التمرين 3 :

$\boxed{I}$ - لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR^* بما يلي : $f(x)=\frac{e^{-x}}{x}$

1) أحسب نهايات الدالة f عند محدات مجموعة تعريفها .

2) أدرس تغيرات الدالة f .

3) ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

أ) أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C) .

ب) أرسم المنحنى (C) .

$\boxed{II}$ - لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=u_n^2f(u_n)=u_ne^{-u_n} \quad , \quad n\in IN\end{cases}$$

1) بين أن : $\forall x\in IR, e^x\geq x+1$.

2) استنتج أن : $\forall x>0, x^2f(x)\leq\frac{x}{1+x}$.

3) أ) باستعمال البرهان بالترجع , بين أن: $\forall n\in IN: 0<u_n\leq\frac{1}{n+1}$

ب) بين أن (u_n) متتالية متقاربة وحدد نهايتها .

4) نضع من أجل كل n من IN^* :

$$v_n=\sum_{k=0}^{n-1}u_k=u_0+u_1+...+u_{n-1}$$

أ) بين أن : $\forall n\in IN^*, v_n=\ln\left(\frac{1}{u_n}\right)$

ب) حدد $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

$\boxed{III}$ - نعتبر الدالة العددية F المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بمايلي:

$$\begin{cases} F(x)=\int_{x^2}^{4x^2} f(t)dt \quad ; \quad x>0 \\ F(0)=2\ln(2) \end{cases}$$

1) أ) تحقق من أن : $\forall x>0, \int_{x^2}^{4x^2}\frac{1}{t}dt=2\ln(2)$.

ب) باستعمال نتيجة السؤال $(1-II)$, بين أن :

$\forall t>0, -t\le e^{-t}-1\le 0$.

2) أ) بين أن : $\forall x>0, -3x^2\le F(x)-2\ln(2)\le 0$.

ب) استنتج أن F متصلة وقابلة للإشتقاق على اليمين في النقطة 0 .

3) أ) بين أن : $\forall t\ge 1, f(t)\le e^{-t}$.

ب) استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x)$.

4) أ) بين أن الدالة F قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ واحسب $F'(x)$.

ب) أعط جدول تغيرات الدالة F .

ج) أرسم المنحنى الممثل للدالة F في معلم متعامد ممنظم .

5) لتكن G الدالة المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$G(x)=\int_x^{4x} e^{-t}\ln(t)dt$$

أ) بين أن: $\forall x>0, G(x)=F(\sqrt{x})-e^{-4x}\ln(4x)+e^{-x}\ln(x)$

ب) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}(e^{-x}-e^{-4x})\ln(x)$.

ج) استنتج $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} G(x)$.

التمرين 4:

$\boxed{I}$ لتكن f الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$f(x)=4\frac{\ln x}{x^2}-\frac{1}{2}$, وليكن (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ وحدته $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, ثم حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C) .

2) أ) بين أن : $\forall x\in]0,+\infty[; f'(x)=4\left(\frac{1-2\ln x}{x^3}\right)$.

ب) أعط جدول تغيرات الدالة f .

3) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين α و β

بحيث : $1<\alpha<\sqrt{e}<\beta<3$ (نعطي : $1<\ln 3<1{,}1$)

4) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 .

5) أرسم المنحنى (C) .

$\boxed{II}$ 1) بين أن : $\forall t\in[0,+\infty[: 1-t\le\frac{1}{1+t}\le 1$.

2) استنتج أن : $\forall a\in[0,+\infty[: a-\frac{a^2}{2}\le\ln(1+a)\le a$.

$\boxed{III}$ لكل عدد صحيح n بحيث $4\le n$, نعتبر الدالة f_n المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f_n(x)=n\frac{\ln x}{x^2}-\frac{1}{2}$.

وليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة f_n في معلم متعامد ممنظم .

1) أدرس تغيرات الدالة f_n .

2) أدرس تقعر المنحنى (C_n) وبين أنه يقبل نقطة انعطاف أفصولها $e^{\frac{5}{6}}$.

3) أ) قارن $f_n(x)$ و $f_{n+1}(x)$ حسب قيم x .

ب) استنتج الوضع النسبي للمنحنيين (C_n) و (C_{n+1}) .

4) بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين u_n و v_n بحيث : $1<u_n<\sqrt{e}<v_n$.

5) بين أن $(u_n)_{n\ge 4}$ متتالية تناقصية قطعا .

(يمكنك استعمال نتيجة السؤال $(3-III)$)

6) أ) باستعمال نتيجة السؤال $(2-II)$, بين أن :

$\forall n\ge 4: \frac{(u_n-1)(3-u_n)}{2}\le\ln(u_n)\le u_n-1$.

ب) استنتج أن : $\forall n\ge 4: \frac{u_n^2}{2n}\le u_n-1\le\frac{u_n^2}{n(3-u_n)}$.

ج) بين أن : $\forall n\ge 4: \frac{1}{2n}\le u_n-1\le\frac{e}{n}$.

د) استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n\ge 4}$ متقاربة محددا نهايتها .

7) أ) بين أن : $\forall n\ge 4: e^{\frac{5}{6}}<v_n$, (نعطي : $e^{\frac{5}{3}}<5{,}3$) .

ب) استنتج أن : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$.

التمرين 5:

$\boxed{I}$ ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

نعتبر الدالة العددية g_n المعرفة على IR بما يلي :

$g_n(x)=x+e^{-nx}$, وليكن (C_n) المنحنى الممثل للدالة g_n في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ) أدرس تغيرات الدالة g_n .

ب) بين أن g_n تقبل قيمة دنيا عند عدد حقيقي u_n يتم تحديده بدلالة n

2) أ) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g_n(x)$.

ب) حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C_n) .

3) أ) أدرس الوضع النسبي للمنحنيين (C_1) و (C_2) الممثلين للدالتين: g_1 و g_2 .

ب) أرسم , في نفس المعلم, المنحنيين (C_1) و (C_2) .

(نأخذ : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$ ونعطي : $\ln 2\simeq 0{,}7$)

4) أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء , أحسب بدلالة x , التكامل :

$I(x)=\int_0^x te^{-2t}dt$.

ب) لتكن h_2 قصور الدالة g_2 على المجال $[0,\ln 2]$.
أحسب حجم مجسم الدوران الذي يولده دوران التمثيل المبياني ل h_2 حول محور الأفاصيل .

5) نضع : $v_n = g_n(u_n)$. بين أن المتتاليتين $(u_n)_{n\in IN^*}$ و $(v_n)_{n\in IN^*}$ متقاربتان وحدد نهايتيهما .

II نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على IR بما يلي : $f_n(x)=x+e^{nx}$. وليكن (Γ_n) منحنى الدالة f_n في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$.

1) أدرس تغيرات الدالة f_n .

2) استنتج أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n .

3) أ) بين أن : $\alpha_1 \in \left]-\ln 2,-\frac{1}{2}\right[$.

ب) بين أن $x-\alpha_1$ و $e^x+\alpha_1$ لهما نفس الإشارة .

4) أ) لتكن φ الدالة المعرفة على $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$ بما يلي : $\varphi(x)=e^x-\frac{1}{\sqrt{e}}x$. بين أن φ تناقصية على $\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$.

ب) استنتج أن : $|e^x+\alpha_1| \le \frac{1}{\sqrt{e}}|x-\alpha_1|$.

5) نضع : $\beta_0=-\frac{1}{2}$ و $\forall n\in IN, \beta_{n+1}=-e^{\beta_n}$.

أ) بين أنه يوجد عدد حقيقي a بحيث : $|\beta_{n+1}-\alpha_1|\le a|\beta_n-\alpha_1|$ لكل n من IN .

ب) بين أن المتتالية (β_n) متقاربة وحدد نهايتها .

التمرين 6:

I لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي :

$$f(x)=4xe^{-x\ln 2}-2 \quad \text{و} \quad g(x)=\frac{\ln(2x)}{x}$$

وليكن (C) و (Γ) المنحنيين الممثلين للدالتين f و g على التوالي في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=4cm$) .

1) أ) أحسب نهايتي f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) حدد الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C) .

2) أ) بين أن : $\forall x\in IR: f'(x)=4(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$.

ب) أعط جدول تغيرات الدالة f .

ج) بين أن العددين 1 و 2 هما الحلان الوحيدان للمعادلة $f(x)=0$.

3) أدرس الدالة g : النهايات , الفروع اللانهائية , التغيرات .

4) أرسم المنحنيين (C) و (Γ) في نفس المعلم .

] تحديد نقط الإنعطاف غير مطلوب – نأخذ : $\ln 2\approx 0,7$ ؛ $e\approx 2,7$ ؛ $\frac{1}{\ln 2}\approx 1,4$ ؛ $\frac{1}{e}\approx 0,4$ [

II ليكن k عددا حقيقيا بحيث : $0<k<\frac{2}{e}$.

1) أ) تحقق مبيانيا أن المعادلة $g(x)=k$ تقبل حلين مختلفين α و β بحيث : $\frac{1}{2}<\alpha<\beta$.

ب) حدد قيمة العدد k بحيث يكون العددان α و β هما حلا المعادلة $f(x)=0$.

نعتبر الدالة العددية f_k المعرفة على IR بما يلي : $f_k(x)=4xe^{-kx}-2$.

2) أ) تأكد من أن : $\forall x\in IR: f_k'(x)=4(1-kx)e^{-kx}$.

ب) أعط جدول تغيرات الدالة f_k .

3) أ) استنتج أن المعادلة $f_k(x)=0$ تقبل بالضبط حلين مختلفين a و b بحيث : $a<\frac{1}{k}<b$.

ب) بين أن : $a=\alpha$ و $b=\beta$.

4) أ) باستعمال مكاملة بالأجزاء , بين أن :

$$\forall x\in IR: \int_0^t xe^{-kx}dx=\frac{1}{k^2}(1-kte^{-kt}-e^{-kt})$$

ب) أحسب التكامل $I_k=\int_\alpha^\beta f_k(x)dx$ بدلالة α و β .

ج) استنتج أن : $\ln(2\alpha).\ln(2\beta)\le 1$.

5) بين أنه إذا كان u و v عددين حقيقيين مختلفين موجبين قطعا بحيث: $\frac{\ln(u)}{u}=\frac{\ln(v)}{v}$, فإن : $\ln(u).\ln(v)\le 1$.

التمرين 7:

الجزء 1 : لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي :

$$\begin{cases} g(x)=x\ln|x|-(x-1)\ln|x-1| \quad ; \quad x\in IR^*-\{1\} \\ g(0)=g(1)=0 \end{cases}$$

وليكن (C) منحنى الدالة g في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن المستقيم $(\Delta): x=\frac{1}{2}$ محور تماثل بالنسبة للمنحنى (C) .

(لدراسة g نقتصر إذن على المجال $D_E=\left[\frac{1}{2},+\infty\right[$)

2) أدرس اتصال واشتقاق الدالة g في النقطة $x_0=1$.

3) أ) بين أن : $\lim_{x\to+\infty}(x-1)\ln\left(1-\frac{1}{x}\right)=-1$.

ب) أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C) ؟

4) أ) تحقق أن : $\forall x\in D_E-\{1\} \quad ; \quad g'(x)=\ln\left(\frac{x}{|x-1|}\right)$

ب) أدرس إشارة $g'(x)$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g على IR .

5) أ) حدد معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الأفصول $x_1=2$.

ب) أنشئ (T) و (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. ($\ln 2\simeq 0,7$)

6) ماهي إشارة $g(x)$ ؟

7) لتكن G الدالة العددية المعرفة على $]0,1[$ بما يلي :

$$G(x)=-x+x^2\ln x-(x-1)^2\ln(1-x)$$

أ) أحسب $G'(x)$ لكل x من المجال $]0,1[$.

ب) - استنتج حساب المساحة $A(\lambda)$ للحيز المستوي المحصور بين (C) و (Ox) والمستقيمين المحددين بالمعادلتين $x=\lambda$ و $x=1-\lambda$ (حيث : $\frac{1}{2}<\lambda<1$)

- أحسب $\lim\limits_{\lambda\to 1^-} A(\lambda)$.

الجزء 2 : لتكن الدالة العددية f المعرفة على $IR-\{-1,1\}$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\ln|x-1|}{\ln|x|} & ; \quad x\in IR^*-\{-1,1\} \\ f(0)=0 \end{cases}$$

وليكن (Γ) منحناها في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أدرس اتصال واشتقاق f في الصفر .

2) أحسب نهايات f عند محدات مجموعة تعريفها .

3) أ) بين أن :

$$\forall x\in IR^*-\{-1,1\} \quad ; \quad f'(x)=\frac{g(x)}{x(x-1)\left(\ln|x|\right)^2}$$

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ وضع جدول تغيرات الدالة f .

4) أ) حدد تقاطع المنحنى (Γ) مع محور الأفاصيل (Ox) .

ب) أحسب $f(-2)$ وأنشئ (Γ) في المعلم السابق . ($\ln 3\approx 1,1$)

التمرين 8:

ليكن m عددا حقيقيا **سالبا قطعا** و f_m الدالة العددية المعرفة على IR^* بما يلي :

$$\begin{cases} f_m(x)=\dfrac{1}{x}e^{\left(\frac{mx}{x-1}\right)} & ; \quad x\neq 1 \\ f_m(1)=0 \end{cases}$$

1) أ) أحسب نهايات f_m عند محدات IR^* .

ب) أدرس اتصال f_m في النقطة 1 على اليمين وعلى اليسار.

ج) أدرس قابلية اشتقاق f_m في النقطة 1 على اليمين .

2) أ) بين أن :

$$\forall x\in IR^*-\{1\} \quad ; \quad f_m'(x)=-\frac{x^2+(m-2)x+1}{x^2(x-1)^2}e^{\left(\frac{mx}{x-1}\right)}$$

ب) أثبت أن $f_m'(x)$ تنعدم من أجل قيمتين x_1 و x_2 تحققان $0<x_1<1<x_2$.

ج) أعط جدول تغيرات الدالة f_m .

(حساب $f_m(x_1)$ و $f_m(x_2)$ غير مطلوب)

3) نضع في كل ما يلي : $f=f_{-\frac{1}{2}}$.

أ) أرسم المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (وحدة القياس $2cm$) (نأخذ : $\sqrt{e}\approx 1,65$ و $\frac{1}{e}\approx 0,4$) (تحديد نقط الإنعطاف غير مطلوب)

ب) نضع لكل عدد حقيقي x من المجال $[2,+\infty[$:

$$F(x)=\int_x^{2x} f(t)dt$$

أ) بين أن F قابلة للإشتقاق على $[2,+\infty[$ وأحسب $F'(x)$.

ب) أثبت أن : $e^{\left(\frac{-x}{2x-2}\right)}<e^{\left(\frac{-x}{2x-1}\right)} \quad ; \quad \forall x\in[2,+\infty[$ واستنتج أن F تزايدية قطعا على المجال $[2,+\infty[$.

ج) أثبت أن : $xf(2x)\leq F(x)\leq xf(x) \quad ; \quad \forall x\in[2,+\infty[$.

د) استنتج أن : $\frac{1}{2}e^{-\frac{2}{3}}\leq F(x)\leq e^{-\frac{1}{2}} \quad ; \quad \forall x\in[2,+\infty[$.

التمرين 9:

1) أ) أدرس الدالتين العدديتين u و v المعرفتين على IR^+ بما يلي :

$u(x)=x-Arc\tan(x)$ و $v(x)=x-\dfrac{x^3}{3}-Arc\tan(x)$

ثم استنتج أن : $0\leq x-Arc\tan(x)\leq\dfrac{x^3}{3}$ لكل $x>0$.

ب) بين أن الدالة العددية g المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} g(t)=\dfrac{Arc\tan t}{t} & ; \quad t>0 \\ g(0)=1 \end{cases}$$

، متصلة على IR^+ .

2) لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR^+ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^x g(t)dt & ; \quad x>0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

أ) بين أن : $1-f(x)=\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^x[1-g(t)]dt \quad ; \quad \forall x>0$.

ب) بين أن : $0\leq 1-f(x)\leq\dfrac{x^2}{9} \quad ; \quad \forall x>0$.

ج) استنتج أن f متصلة على اليمين في النقطة 0 , وأن العدد المشتق للدالة f على اليمين في النقطة 0 هو 0 .

د) بين أن : $0\leq\displaystyle\int_1^x g(t)dt\leq\frac{\pi}{2}Log(x) \quad ; \quad \forall x\geq 1$.

وباستعمال الكتابة $f(x)=\dfrac{1}{x}\displaystyle\int_0^1 g(t)dt+\frac{1}{x}\int_1^x g(t)dt$, بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$.

3) أ) تحقق أن :

$$\forall x>0 \quad ; \quad x^2f'(x)=-\int_0^x g(t)dt+Arc\tan x$$

ب) نضع : $h(x)=x^2f'(x)$ لكل $x>0$.

تحقق أن : $xh'(x)=-Arc\tan x+\dfrac{x}{1+x^2}$.

ج) أدرس تغيرات الدالة العددية φ المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $\varphi(x)=xh'(x)$.

استنتج إشارة $h'(x)$ ثم إشارة $f'(x)$ لكل $x>0$.

4) أنشئ (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

****